Chapitre 2 : Fonctions : aspects graphiques

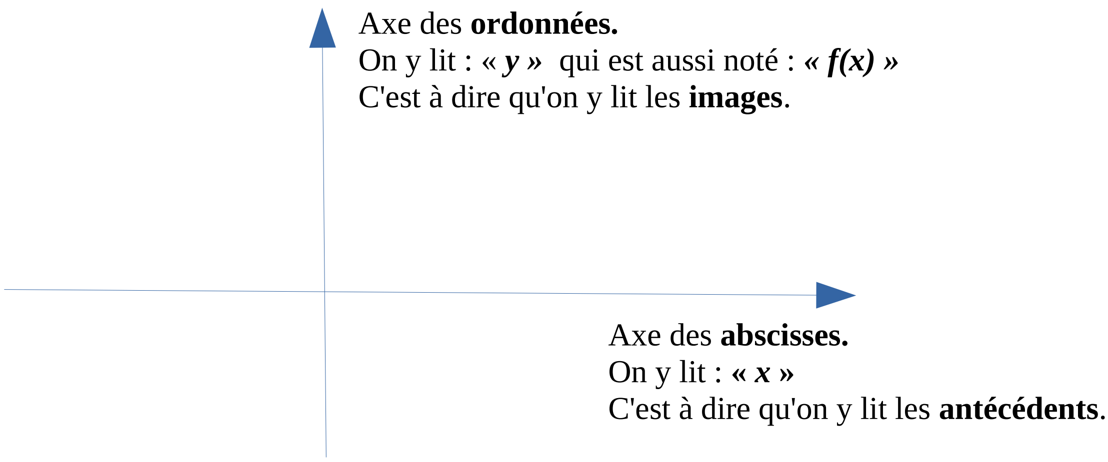
1) Courbe d'une fonction

Une ***fonction*** est souvent définie par une ***expression*** (un calcul).
Exemple : $f(x)=3x^2-2$ définit une fonction qui s'appelle *f*.

La ***variable*** *x* peut prendre une infinité de valeurs. (Dans l'exemple, *x* peut prendre n'importe quelle valeur.)

Si on choisit une suite de valeurs de *x,* on peut calculer la valeur de la fonction (le résultat du calcul) pour chacune de ces valeurs de la variable *x* ; et remplir un ***tableau de valeurs***.

A partir de ce tableau de valeurs, on peut placer les points correspondant dans un ***repère*** et les relier pour obtenir une courbe : ***la courbe de la fonction***.



Remarque : Plus les points sont nombreux, plus on peut les relier de façon précise.
Une calculatrice ou un ordinateur place en général tellement de points qu'ils s'affichent « collés » les uns aux autres et qu'il n'y a plus besoin de les relier entre eux.
La définition théorique de la courbe de la fonction *f* est : l'ensemble de TOUS les points de coordonnées $(x;y)$ avec $y=f(x)$, pour TOUTES les valeurs possibles pour x.

Définition : ***l'équation*** de la courbe de la fonction f est $y=f(x)$.

En effet, si un point de coordonnées $(x;y)$ appartient à cette courbe, son ordonnée *y* a été calculée en utilisant l'expression de *f* (on aurait pu mettre *x* et *y* dans une colonne du tableau de valeurs), donc *y* est égale à $f(x)$.

Propriété : On considère un point P de coordonnées $(x_P;y_P)$:
- si $y_P=f(x_P)$, alors le point P appartient à la courbe de f
- si $y_P>f(x_P)$, alors le point P est au dessus de la courbe de f
- si $y_P<f(x_P)$, alors le point P est en dessous de la courbe de f

(Cette propriété doit vous sembler assez évidente, si on réfléchit par rapport au graphique.)

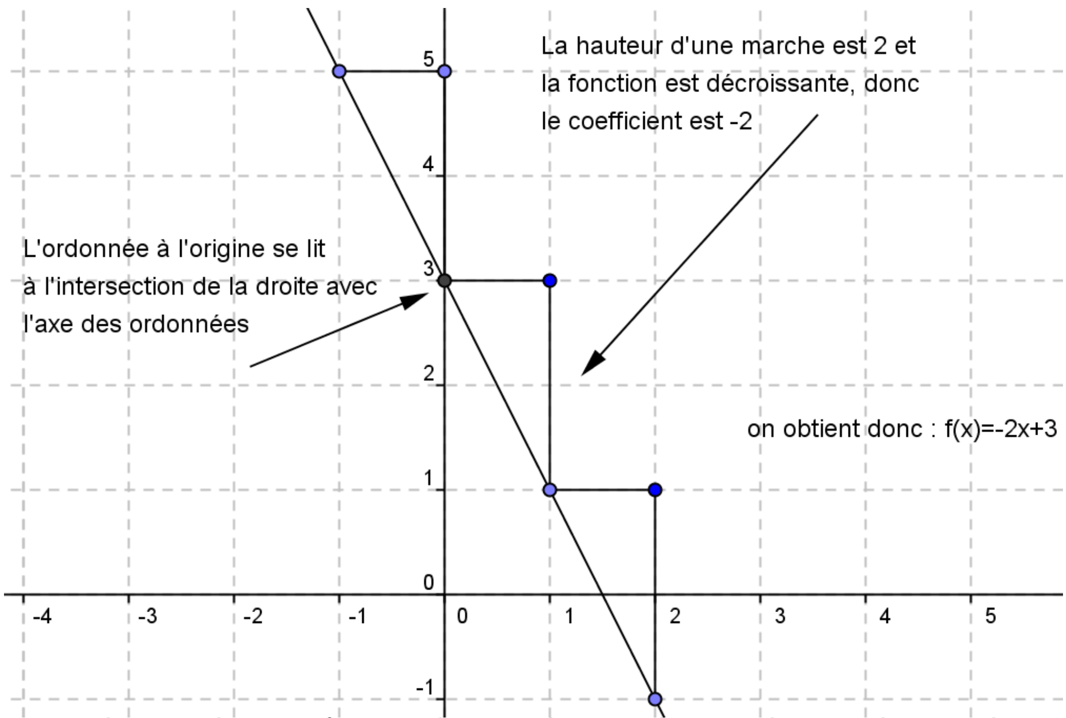
2) Droites :

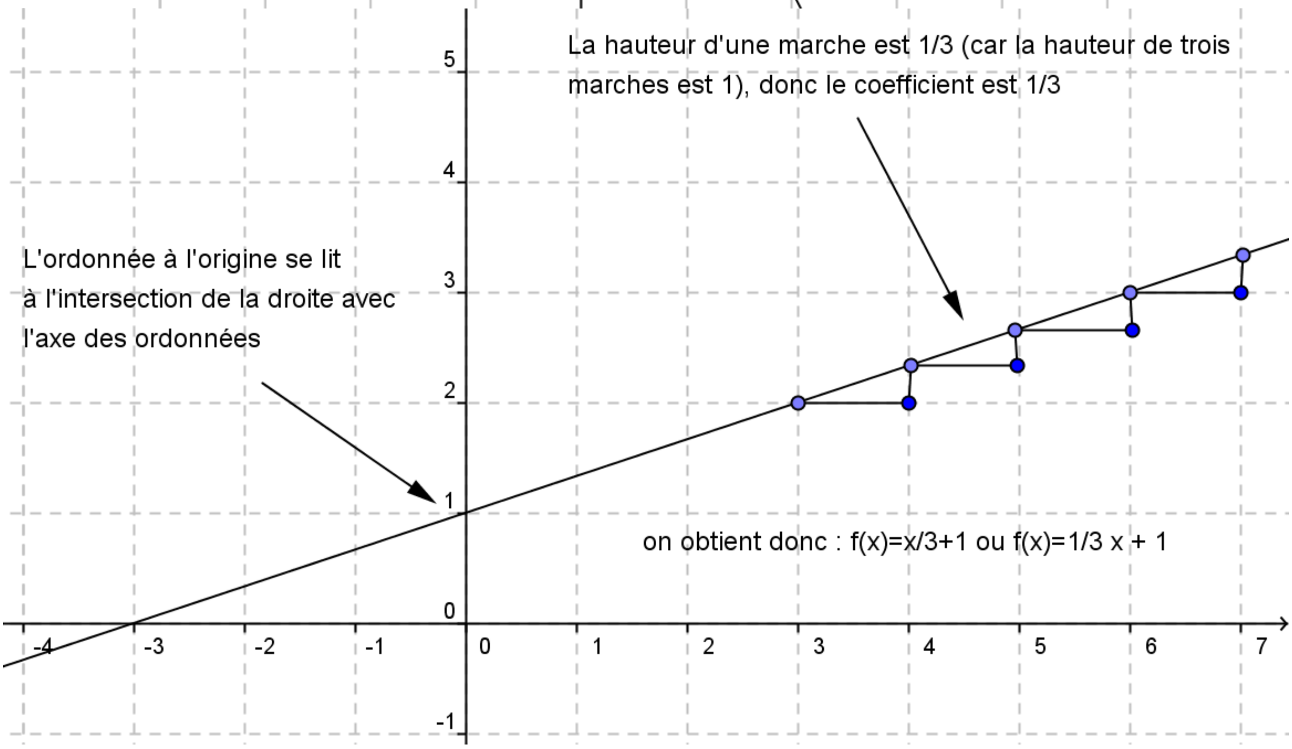
Les fonctions qui sont représentées graphiquement par des droites sont les ***fonctions affines***.
Leur expression est de la forme : $f(x)=mx+p$
L'équation d'une droite représentant une fonction est donc de la forme $y=f(x)$ c'est à dire ici : $\boxed{y=mx+p}$ où m s'appelle ***la pente*** (ou ***coefficient directeur***) de la droite et p l'***ordonnée à l'origine***.

Lorsqu'on a une droite donnée et qu'on veut déterminer la fonction affine correspondante, il faut déterminer les deux nombres m et p. Il existe plusieurs moyens pour le faire. En voici un qui a le mérite d'être rapide :
Méthode 1 : pour lire graphiquement sur une droite sa pente m et son ordonnée à l'origine p.

- p se lit graphiquement à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées (voir les exemples ci-dessous)
- Pour déterminer m : dessiner un escalier qui suit la droite :
  – il faut que les marches aient une « largeur » de 1 unité
  – la « hauteur » des marches donne valeur de m (négative si la fonction est décroissante !)

Exemples :





Remarque : plus la pente est grande, plus cela signifie que la fonction croît vite ; si la pente est proche de zéro, cela signifie que la fonction est presque constante ; si la pente est très négative, cela signifie que la fonction décroît rapidement...

Méthode : pour calculer la pente m d'une droite et et son ordonnée à l'origine p.

Il faut connaître la formule : $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

… et savoir calculer p

3) Paraboles :

Définition : une ***fonction du second degré*** est une fonction définie par une expression de la forme : $\boxed{f(x)=ax^2+bx+c}$ (où *a*,*b* et *c* sont trois coefficients qui n'ont pas de nom particulier)(a doit être différent de zéro).

Remarque : dans une expression du second degré, *c* joue un peu le même rôle que l'ordonnée à l'origine *p* dans l'expression des fonctions affines, mais RIEN ne joue le rôle de la pente *m*.

Propriété : les fonctions qui sont représentées par des ***paraboles*** sont les fonctions du second degré.
L'équation d'une parabole représentant une fonction est donc de la forme $y=ax^2+bx+c$

Remarque : si on a une parabole donnée et qu'on veut déterminer les trois coefficients *a, b* et *c* ; il n'y a pas de méthode simple comme pour les droites. En général, on doit faire des calculs et résoudre un système de trois équations à trois inconnues.

Propriété 1 : le signe de *a* permet de savoir dans quel sens est tournée la parabole :
Si a est positif, la parabole a sa concavité tournée vers le haut : 
Si a est négatif, la parabole a sa concavité tournée vers le bas : 

Propriété 2 : une parabole représentant une fonction a un axe de symétrie (vertical).

Propriété 3 (et définition) : considérons une parabole représentant une fonction et son axe de symétrie. Le point d'intersection entre la parabole et son axe s'appelle ***le sommet*** de la parabole.

L'abscisse du sommet se calcule par la formule $\boxed{x_S=\frac{-b}{2a}}$

tableau variations